

جامعة البعث	مقرر نظرية الجبر	المدة: ساعة ونصف
كلية العلوم	المسنة الرابعة رياضيات (جبر)	الدرجة: ١٠٠
قسم الرياضيات	الفصل الثاني ٢٠١٥ - ٢٠١٦	اسم الطالب:

السؤال الأول:

ليكن A جبراً فوق الحلقة التبادلية والواحدية R . والمطلوب:

- ١ - عرف المثالي في A .
- ٢ - أثبت أن كل مثالي في A هو نواة لتشاكل جبر عامر معرف على A .
- (٣) - ليكن A جبراً فوق الحلقة التبادلية والواحدية R وليكن B مثالياً في A . أثبت أن كل جبر جزئي \bar{N} من جبر الخارج A/B هو من الشكل N/B حيث N هو جبر جزئي في A يحوي B .

السؤال الثاني:

ليكن A جبر لي فوق الحلقة التبادلية والواحدية R . والمطلوب:

- ١ - عرف كل من المثالي التام والمثالي المميز في A .
- ٢ - إذا كان N مثالياً في A يحقق $N = [N, N]$ ، أثبت أن المثالي N هو مثالي مميز في A .
- ٣ - إذا كان B مثالياً قابلاً للحل في A وكان جبر لي الخارج A/B نصف بسيط، أثبت أن $B = J(A)$.

السؤال الثالث:

أثبت أن كل جبر لي بعده يساوي 2 فوق حقل ما K ليس عديم القوى.

السؤال الرابع:

ليكن A جبر لي فوق الحلقة التبادلية والواحدية R . والمطلوب:

- ١ - أثبت أنه إذا كان $d_1, d_2 : A \rightarrow A$ تطبيقين اشتقاق معرفين على الجبر A فإن التطبيق $f : A \rightarrow A$ المعرفة بالشكل الآتي:

$$f = d_1 \cdot d_2 - d_2 \cdot d_1$$

هو تطبيق اشتقاق على A .

- ٢ - أثبت أن مجموعة تطبيقات الاشتقاق الداخلية على A :

$$\text{Inn}(A) = \{d_a : a \in A\}$$

تشكل مثالياً في الجبر $Der(A)$.

انتهت الأسئلة

د. حمزة حاكمي

حمص في ١٤ / ٦ / ٢٠١٦

جامعة البعث	مقرر نظرية الجبر	المدة: ساعة ونصف
كلية العلوم	المسنة الرابعة رياضيات (جبر)	الدرجة: ١٠٠
قسم الرياضيات	الفصل الأول ٢٠١٥ - ٢٠١٦	اسم الطالب:

المسألة الأولى:

- ١ - ليكن A جبراً فوق الحلقة التبادلية والواحدية R وليكن B مثالياً في A . أثبت أن كل جبر جزئي \bar{N} من جبر الخارج A/B هو من الشكل N/B حيث N هو جبر جزئي في A يحوي B .
- ٢ - ليكن $f: A \rightarrow A'$ تشاكل جبر فوق الحلقة التبادلية والواحدية R . أثبت أن $\text{Im}(f)$ جبراً جزئياً في A' وأن $\text{Ker}(f)$ مثالياً في A .
- ٣ - ليكن A, A' جبري لي فوق الحلقة التبادلية والواحدية R وأن $f: A \rightarrow A'$ تشاكل جبر لي فوق R . إذا كان H, K مثاليين في A أثبت أن:
$$f([K, H]) = [f(K), f(H)]$$

المسألة الثانية:

أثبت أن كل جبر لي بعده يساوي 2 فوق حقل ما K يكون قابلاً للحل.

المسألة الثالثة:

- ليكن A جبر لي فوق الحلقة التبادلية والواحدية R . والمطلوب:
- ١ - عرف كل من المثالي التام والمثالي المميز في A .
 - ٢ - ليكن B مثالياً تاماً في A ، أثبت أن $A = B \oplus Z_r(B)$.
 - ٣ - إذا كان N مثالياً في A يحقق $N = [N, N]$ ، أثبت أن المثالي N هو مثالي مميز في A .

المسألة الرابعة:

- ليكن A جبر لي فوق الحلقة التبادلية والواحدية R . والمطلوب:
- ١ - أثبت أنه أي $a \in A$ فإن العلاقة $d_a: A \rightarrow A$ المعرفة بالشكل الآتي: أي $x \in A$ فإن $d_a(x) = [a, x]$ هي تطبيق اشتقاق على A .
 - ٢ - أثبت أن مجموعة تطبيقات الاشتقاق الداخلية على A :
$$\text{Inn}(A) = \{d_a : a \in A\}$$
تشكل مثالياً في الجبر $\text{Der}(A)$.

لنتهت الأسئلة

جامعة البعث	مقرر نظرية الجبر	المدة: ساعة ونصف
كلية العلوم	المسنة الرابعة رياضيات (جبر)	الدرجة: ١٠٠
قسم الرياضيات	الفصل التكميلي ٢٠١٤ - ٢٠١٥	اسم الطالب: علي كمال علي

المسألة الأولى: ليكن A جبراً فوق الحلقة التبادلية والواحدية R . والمطلوب:

- ١ - أثبت أن كل مثالي في A هو فوارة لتشاكل جبر عامر.
- ٢ - أثبت أنه إذا كان الجبر A تجميعياً فإن A هو جبر لي.
- ٣ - لنفرض أن B مجموعة جزئية وغير خالية في A . أثبت أن الشرط اللازم والكافي كي تشكل B جبراً جزئياً في A هو أن تتحقق الشروط الآتية:
 ١. أيأ كان $\alpha, \beta \in R$ وأيأ كان $a, b \in B$ فإن $\alpha \cdot a + \beta \cdot b \in B$.
 ٢. أيأ كان $a, b \in B$ فإن $a \cdot b \in B$.

المسألة الثانية: ليكن A جبر لي فوق الحلقة التبادلية والواحدية R . والمطلوب:

- ١ - أيأ كان $a \in A$ أثبت أن العلاقة $d_a: A \rightarrow A$ المعرفة بالشكل الآتي: أيأ كان $x \in A$ فإن:

$$d_a(x) = [a, x]$$

هي تطبيق اشتقاق على A .

- ٢ - بفرض أن S جبر لي جزئي في A ، أثبت أن المجموعة:

$$N(S) = \{a : a \in A; d_a(S) \subseteq S\}$$

تشكل جبر لي جزئي في A .

- ٣ - أثبت أن المجموعة $\text{Inn}(A) = \{d_a : a \in A\}$ تشكل مثالياً في الجبر $\text{Der}(A)$.

- ٤ - ليكن $f: A \rightarrow A'$ تشاكل لجبر لي. أثبت أن:

$$f([A, A]) = [f(A), f(A)]$$

٢. إذا كان الجبر A قابلاً للحل فإن الجبر الجزئي $\text{Im}(f)$ يكون قابلاً للحل أيضاً.

المسألة الثالثة:

- ١ - أثبت أن كل جبر لي عديم القوى يكون قابلاً للحل.

- ٢ - ليكن A جبر لي فوق الحقل K بعده يساوي ٢. أثبت أن الجبر A ليس عديم القوى.

المسألة الرابعة: عرف كلاً مما يلي:

الفئة - المرفيزم الدالي - المونومورفيزم - الدالي المباشر.

انتهت الأسئلة

د. حمزة حاكمي

محضر في ٢٥ / ٨ / ٢٠١٥

جامعة البعث	مقرر نظرية الجبر	المدة: ساعة ونصف
كلية العلوم	المسنة الرابعة رياضيات (جبر)	الدرجة: ١٠٠
قسم الرياضيات	* الفصل الثاني ٢٠١٤ - ٢٠١٥	اسم الطالب: <u>فوزي محمد</u>

المسألة الأولى:

ليكن A جبراً فوق الحلقة التبادلية والواحدية R . والمطلوب:

- ١ - ليكن B مثالياً في A . أثبت أن كل جبر جزئي \bar{N} من جبر الخارج A/B هو من الشكل N/B حيث أن N هو جبر جزئي في A يحوي B .
- ٢ - لنفرض أن $Der(A)$ هي مجموعة تطبيقات الاشتقاق المعرفة على A . ليكن $d_1, d_2 \in Der(A)$ ، أثبت أن العلاقة $[d_1, d_2]: A \rightarrow A$ المعرفة بالشكل الآتي:
 $[d_1, d_2] = d_1 \cdot d_2 - d_2 \cdot d_1$ هي تطبيق اشتقاق على A .
- ٣ - أثبت أنه إذا كان الجبر A تجميعياً فإن A هو جبر لي.

المسألة الثانية:

ليكن A جبر لي فوق الحلقة التبادلية والواحدية R . والمطلوب:

- ١ - لنفرض أن $Der(A)$ مجموعة تطبيقات الاشتقاق المعرفة على A . أثبت أن العلاقة $\psi: A \rightarrow Der(A)$ المعرفة بالشكل الآتي: أيأ كان $a \in A$ فإن $\psi(a) = d_a$ هي تشاكل جبر.
- ٢ - أثبت أن مركز الجبر A هو مثالي مميز في A .

المسألة الثالثة:

- ١ - ليكن A جبر لي فوق الحقل K بعده يساوي ٢. أثبت أن الجبر A قابل للحل.
- ٢ - عرف جبر لي نصف البسيط، ثم أثبت أنه لأجل أي جبر لي A فإن جبر الخارج هو $A/J(A)$ نصف بسيط.

المسألة الرابعة:

عرف كلاً مما يلي:

الفئة - المرفيزم الدالي - الإيزومورفيزم - الإيزومورفيزم.

انتهت الأسئلة

حاصل في ١٤/٧/٢٠١٥

د. حمزة حاكمي

٤٥

جامعة البعث	مقرر نظرية الجبر	المدة: ساعة ونصف
كلية العلوم	المسنة الرابعة رياضيات (جبر)	الدرجة: ١٠٠
قسم الرياضيات	الفصل الأول ٢٠١٤ - ٢٠١٥	اسم الطالب:

السؤال الأول:

ليكن A جبراً فوق الحلقة التبادلية والواحدية R . والمطلوب:

- ١ - أثبت أن كل مثالي في A هو نواة لتشاكل جبر فوق R .
- ٢ - أثبت أنه لياً كان $a \in A$ فإن العلاقة $d_a: A \rightarrow A$ المعرفة بالشكل الآتي: لياً كان $x \in A$ فإن $d_a(x) = ax - xa$

هي تطبيق اشتقاق على A .

- ٣ - أثبت أنه إذا كان الجبر A تجميعياً فإن A هو جبر لي.

السؤال الثاني:

ليكن A جبر لي فوق الحلقة التبادلية والواحدية R . والمطلوب:

- ١ - لنفرض أن $Der(A)$ مجموعة تطبيقات الاشتقاق المعرفة على A و $Inn(A)$ مجموعة تطبيقات الاشتقاق الداخلية على A . أثبت أن المجموعة $Inn(A)$ تشكل مثالياً في $Der(A)$.
- ٢ - ليكن I, J مثاليين مميزين في A ، أثبت أن $[I, J]$ هو مثالي مميز في A .
- ٣ - لنفرض أن S جبر جزئي في A ، أثبت أن المجموعة

$$N(S) = \{x : x \in A; d_x(S) \subseteq S\}$$

تشكل جبر لي جزئي في A .

السؤال الثالث:

- ١ - ليكن A جبر لي فوق الحقل K بعده يساوي 2. أثبت أن الجبر A ليس عديم القوى.
- ٢ - ليكن A جبراً فوق الحلقة التبادلية والواحدية R . أثبت أن الشرط اللازم والكافي كي يكون الجبر A نصف بسيط هو أن لا يوجد في A مثاليات متغيرة للصفر قابلة للحل.

السؤال الرابع:

عرف كلاً مما يلي:

الدالي المباشر - المرفيزم الدالي - المونومورفيزم - الإيزومورفيزم.

انتهت الأسئلة

حمص في ٩ / ٢ / ٢٠١٥

د. حمزة حاكمي

جامعة البعث	مقرر نظرية الجبر	المدة: ساعة ونصف
كلية العلوم	المسنة الرابعة رياضيات (جبر)	الدرجة: ١٠٠
قسم الرياضيات	الفصل الثالث ٢٠١٣ - ٢٠١٤	اسم الطالب:

المسألة الأولى:

ليكن A جبر لي ثلاثي البعد فوق الحقل K قاعدته المجموعة $A \subseteq \{e_1, e_2, e_3\}$ والتي تحقق الشروط الآتية:

$$[e_1, e_2] = ae_1, [e_1, e_3] = be_1, [e_2, e_3] = ce_1 - fbe_2 + fae_3,$$

حيث $\{0\} \neq a, b, c, f \in K$. أثبت أن الجبر A هو قابل للحل.

المسألة الثانية:

ليكن A جبر لي فوق الحلقة التبادلية والواحدة R . والمطلوب:

- ١ - ليكن $x \in A$ ، أثبت أن العلاقة $d_x : A \rightarrow A$ المعرفة بالشكل الآتي: أي $y \in A$ فإن $d_x(y) = [x, y]$ هي تطبيق إشتقاق على A .
- ٢ - بفرض أن $Der(A)$ هي مجموعة تطبيقات الإشتقاق المعرفة على A . أثبت أن العلاقة $\psi : A \rightarrow Der(A)$ المعرفة بالشكل الآتي: أي $x \in A$ فإن $\psi(x) = d_x$ هي تشاكل جبر لي.
- ٣ - بفرض أن $Inn(A)$ هي مجموعة تطبيقات الإشتقاق الداخلية المعرفة على A . أثبت أن المجموعة $Inn(A)$ هي مثالي في الجبر $Der(A)$.

المسألة الثالثة:

- ١ - لتكن M مودولاً فوق الحلقة الواحدة R ، وليكن U, V, W مودولات جزئية في M بحيث $U \subseteq V$. أثبت أن $U + (V \cap W) = V \cap (U + W)$.
- ٢ - ليكن $\alpha : A \rightarrow B$ تشاكلاً مودولياً وليكن K مودولاً جزئياً في B ، أثبت أن $\alpha(\alpha^{-1}(K)) = K \cap Im(\alpha)$.

المسألة الرابعة:

ليكن $f : A \rightarrow A'$ تشاكل جبر لي فوق الحلقة التبادلية والواحدة R . والمطلوب:

- ١ - أثبت أن $f([A, A]) = [f(A), f(A)]$.
- ٢ - لنفرض أن A قابلاً للحل. أثبت أن جبر لي الجزئي $Im(f)$ يكون قابلاً للحل أيضاً.

التهت الأسئلة

د. حمزة حاكمي

حمص في ١٩ / ٨ / ٢٠١٤

لنستعمل المبرهن لمبرنيل، جبر

المتجه الواحد، بالمتجه (1,0,0)

المتجه الثاني (0,1,0) و (0,0,1)

المتجه الثالث (0,0,1) و (0,1,0) و (1,0,0)

ليكن $z \in \mathbb{R}^3$ عندها $z = \alpha e_1 + \beta e_2 + \gamma e_3$ و $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$

و $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ و $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$

$$z = [\alpha, \beta, \gamma] = [\alpha e_1 + \beta e_2 + \gamma e_3, \alpha e_1 + \beta e_2 + \gamma e_3] = \alpha^2 [e_1, e_1] + \alpha\beta [e_1, e_2] + \alpha\gamma [e_1, e_3]$$

$$+ \beta\alpha [e_2, e_1] + \beta^2 [e_2, e_2] + \beta\gamma [e_2, e_3] + \gamma\alpha [e_3, e_1] + \gamma\beta [e_3, e_2] + \gamma^2 [e_3, e_3]$$

$$z = (\alpha^2 - \alpha\beta - \alpha\gamma) e_1 + (\alpha\beta - \beta^2 - \beta\gamma) e_2 + (\alpha\gamma - \beta\gamma - \gamma^2) e_3$$

$$= (\alpha^2 - \alpha\beta - \alpha\gamma) e_1 + (\alpha\beta - \beta^2 - \beta\gamma) e_2 + (\alpha\gamma - \beta\gamma - \gamma^2) e_3$$

$$= (\alpha^2 - \alpha\beta - \alpha\gamma) e_1 + (\alpha\beta - \beta^2 - \beta\gamma) e_2 + (\alpha\gamma - \beta\gamma - \gamma^2) e_3$$

$$z = \alpha e_1 + \beta e_2 + \gamma e_3$$

$$z = [\alpha, \beta, \gamma] = [\alpha e_1 + \beta e_2 + \gamma e_3, \alpha e_1 + \beta e_2 + \gamma e_3] = \alpha^2 [e_1, e_1] + \alpha\beta [e_1, e_2] + \alpha\gamma [e_1, e_3]$$

$$+ \beta\alpha [e_2, e_1] + \beta^2 [e_2, e_2] + \beta\gamma [e_2, e_3] + \gamma\alpha [e_3, e_1] + \gamma\beta [e_3, e_2] + \gamma^2 [e_3, e_3]$$

$$z = (\alpha^2 - \alpha\beta - \alpha\gamma) e_1 + (\alpha\beta - \beta^2 - \beta\gamma) e_2 + (\alpha\gamma - \beta\gamma - \gamma^2) e_3$$

$$= (\alpha^2 - \alpha\beta - \alpha\gamma) e_1 + (\alpha\beta - \beta^2 - \beta\gamma) e_2 + (\alpha\gamma - \beta\gamma - \gamma^2) e_3$$

$$= (\alpha^2 - \alpha\beta - \alpha\gamma) e_1 + (\alpha\beta - \beta^2 - \beta\gamma) e_2 + (\alpha\gamma - \beta\gamma - \gamma^2) e_3$$

$$d_x(a+b) = d_x(a) + d_x(b)$$

$$d_x(a) = d_x(a) = d_x(a)$$

$$d_x(a) = d_x(a) = d_x(a)$$

$$d_x(a) = d_x(a) = d_x(a)$$

$$d_x(a) = d_x(a) = d_x(a)$$

$$d_x(a) = d_x(a) = d_x(a)$$

$$d_x(a) = d_x(a) = d_x(a)$$

$$d_x(a) = d_x(a) = d_x(a)$$

$$d_x(a) = d_x(a) = d_x(a)$$

$$d_x(a) = d_x(a) = d_x(a)$$

$$d_x(a) = d_x(a) = d_x(a)$$

$$d_x(a) = d_x(a) = d_x(a)$$

$$d_x(a) = d_x(a) = d_x(a)$$

$$d_x(a) = d_x(a) = d_x(a)$$

$$d_x(a) = d_x(a) = d_x(a)$$

$$\begin{aligned} d_{[x,y]}(a) &= [d_x d_y, a] = -[a, d_x d_y] = [x, d_y a] + [y, d_x a] \\ &= [x, d_y(a)] - [y, d_x(a)] = d_x(d_y(a)) - d_y(d_x(a)) = \\ &= d_x d_y(a) - d_y d_x(a) = (d_x d_y - d_y d_x)(a). \end{aligned}$$

$$d_{[x,y]} = [d_x, d_y] = [\psi(x), \psi(y)].$$

أيضا، $x, y \in A$ $\hat{=}$ $d_x, d_y \in \text{Inn}(A)$ $\hat{=}$ $\phi \in \text{Inn}(A) \subseteq \text{Der}(A)$ $\hat{=}$ $\phi(a) = [a, \phi]$

$$(d_x + d_y)(a) = d_x(a) + d_y(a) = [x, a] + [y, a] \quad \text{حيث } a \in A$$

$$= [x+y, a] = d_{x+y}(a)$$

$$d_x + d_y = d_{x+y} \in \text{Inn}(A) \quad x+y \in A$$

$$(x d_x)(a) = d_x(xa) = [x, xa] = [x, x]a = d_x(a)$$

$$[D, d_x] \in \text{Inn}(A) \quad \text{حيث } D \in \text{Der}(A), d_x \in \text{Inn}(A)$$

$$[D, d_x](a) = (D d_x - d_x D)(a) = D(d_x(a)) - d_x(D(a))$$

$$= D(d_x(a)) - d_x(D(a)) = D[x, a] - [x, D(a)]$$

$$= [D(x), a] + [x, D(a)] - [x, D(a)] = [D(x), a] = d_{D(x)}(a)$$

$$[D, d_x] = d_{D(x)} \in \text{Inn}(A), \quad D(a) \in A$$

$$z \in V \cap W, y \in U \hat{=}$$

$$x = y + z \in U + W$$

$$x = y + z \in V \quad U + (V \cap W) \subseteq V \cap (U + W)$$

$$x \in U + W, x \in V \quad \text{حيث } x \in V \cap (U + W)$$

$$z \in V \cap W, z \in U, z \in W \quad \text{حيث } z \in U \cap W$$

$$V \cap (U + W) \subseteq U + (V \cap W)$$

$$x = \alpha(y) \hat{=}$$

$$x \in \text{Im}(\alpha) \quad \text{حيث } x = \alpha(y) \in V$$

$$z = \alpha(a) \hat{=}$$

$$a \in \alpha^{-1}(V) \hat{=}$$

$$V \cap \text{Im}(\alpha) \subseteq \alpha^{-1}(V)$$

$$x = f(y) \hat{=}$$

$$x = f(y) = f([a, b]) \in [f(a), f(b)]$$

$$[f(a), f(b)] \subseteq [f(A), f(B)] \Rightarrow f(A), f(B) \subseteq [f(A), f(B)]$$

$$x, y \in f(A) \hat{=}$$

$$P([A, A]) = [P(A), P(A)]$$
 هذا السطر بيان

$$D^k A = 0$$
 - لتفرض ان A هي دالة متجهة من n الى n

$$P(D^k A) = D^k P(A)$$
 بالاسطر k من اجل $k=1$ بيان

$$P(DA) = P([A, A]) = [P(A), P(A)] = D(P(A))$$
 لتفرض ان A هي دالة متجهة من n الى n

$$P(D^2 A) = D^2(P(A))$$
 بيان

$$P(D^{k+1} A) = P([D^k A, D^k A]) = [P(D^k A), P(D^k A)]$$
 14 درج

$$= [D^k P(A), D^k P(A)] = D^{k+1}(P(A))$$
 بيان

$$\therefore D^n(P(A)) = P(D^n A) = P(0) = 0$$
 بيان

ف. م. م. م.
 22/5
 14/11/19

جامعة البعث	مقرر نظرية الجبر	المدة: ساعة ونحو
كلية العلوم	السنة الرابعة رياضيات (جبر)	الدرجة: ١٠٠
قسم الرياضيات	الفصل الثاني ٢٠١٣ - ٢٠١٤	اسم الطالب: <u> </u>

السؤال الأول:

١ - ليكن A جبر فوق الحلقة التبادلية والواحدية R وليكن B مثالي في A . أثبت أن كل جبر جزئي \bar{N} من جبر الخارج A/B هو من الشكل N/B حيث N هو جبر جزئي من A يحوي B .

٢ - ليكن A جبر فوق الحلقة التبادلية والواحدية R وأن $Der(A)$ مجموعة تطبيقات الاشتقاق المعرفة على A . أثبت أن المجموعة $Der(A)$ تشكل مودولاً فوق الحلقة R .

٣ - أثبت أن كل جبر لي A فوق حقل K بعده يساوي 2 ليس عديم القوى.

السؤال الثاني:

ليكن A جبر لي فوق الحلقة التبادلية والواحدية R . والمطلوب:

١ - لنفرض أن $Der(A)$ مجموعة تطبيقات الاشتقاق المعرفة على A . أثبت أن التطبيق المعروف بالشكل $[d_1, d_2] = d_1 \cdot d_2 - d_2 \cdot d_1$ وذلك أي كان $d_1, d_2 \in Der(A)$ هو تطبيق اشتقاق على A .

٢ - لنفرض أن S جبر جزئي في A ، أثبت أن المجموعة $N(S) = \{x : x \in A; d_i(S) \subseteq S\}$ تشكل جبراً جزئياً في A .

السؤال الثالث:

١ - لتكن M مودول فوق الحلقة الواحدية R ، وليكن U, V, W مودولات جزئية في M بحيث $U \subseteq V$. أثبت أن $U + (V \cap W) = V \cap (U + W)$.

٢ - ليكن $\alpha : A \rightarrow B$ تماثل مودولات و U مودول جزئي في A ، أثبت أن $\alpha^{-1}(\alpha(U)) = U + Ker(\alpha)$.

السؤال الرابع:

ليكن $f : A \rightarrow A'$ تماثل جبر لي فوق الحلقة التبادلية والواحدية R . والمطلوب:

١ - أثبت أن $f([A, A]) = [f(A), f(A)]$.

٢ - بفرض أن B مثالي في A . أثبت أنه إذا كان كلا من A/B و A قابلاً للحل فإن A يكون قابلاً للحل.

انتهت الأسئلة

د. حمزة حاكمي

حمص في ٢٤ / ٦ / ٢٠١٤

٥٢

جامعة اليعرب	مقرر نظرية الجبر	المدة: ساعتان
كلية العلوم	السنة الرابعة رياضيات (جبر)	الدرجة: ١٠٠
قسم الرياضيات	الفصل الأول ٢٠١٣ - ٢٠١٤	

السؤال الأول:

- ١ - ليكن A حيز فوق الحلقة التبادلية والواحدية R وليكن B مثالي في A . أثبت أن كل حيز حيز \mathcal{C} من حيز الخارج A/B هو من الشكل N/B حيث N هو حيز حيزي من A يحتوي B .
- ٢ - ليكن A حيز فوق الحلقة التبادلية والواحدية R وأن $Der(A)$ مجموعة تطبيقات الاشتقاق المعرفة على A . بفرض أن $d_1, d_2 \in Der(A)$. أثبت أن التطبيق $[d_1, d_2] = d_1 d_2 - d_2 d_1$ هو تطبيق اشتقاق على A .

السؤال الثاني:

أثبت أن كل حيز لي A فوق حقل K بعده يساوي 2 يكون قابلاً للحل.

السؤال الثالث:

- ليكن A حيز لي فوق الحلقة التبادلية والواحدية R والمطلوب:
- ١ - لعرض أن $Der(A)$ مجموعة تطبيقات الاشتقاق المعرفة على A . أثبت أن التطبيق $\psi: A \rightarrow Der(A)$ المعرف بالشكل $\psi(x) = d_x$ وذلك أيًا كان $x \in A$ هو تشاكل لحيز لي.
 - ٢ - أثبت أن مجموعة تطبيقات الاشتقاق الداخلية $Inn(A)$ تشكل مثالي في الجبر $Der(A)$.

السؤال الرابع:

- ليكن A, B, D مودولات فوق الحلقة الواحدية R ، وليكن $\alpha: A \rightarrow B$ تشاكل مودولات و $\varphi: A \rightarrow D$ تشاكل مودولات عامر. بفرض أن $Ker(\varphi) \subseteq Ker(\alpha)$. أثبت أنه يوجد تشاكل مودولات $\lambda: D \rightarrow B$ يحقق:
- ١ - $\lambda \varphi = \alpha$
 - ٢ - $Im(\lambda) = Im(\alpha)$
 - ٣ - يكون التشاكل λ متبايناً عندما وفقط عندما يكون $Ker(\varphi) = Ker(\alpha)$.

السؤال الخامس:

- ليكن $A' \rightarrow A \rightarrow f$ تشاكل حيز لي فوق الحلقة التبادلية والواحدية R . والمطلوب:
- ١ - أثبت أن $f([A, A']) = [f(A), f(A')]$.
 - ٢ - أثبت أنه إذا كان A' قابلاً للحل فإن $Im(f)$ يكون قابلاً للحل.

أثبت الأمثلة:

جامعة البعث	مقرر نظرية الجبر	المدة: ساعة ونصف
كلية العلوم	السنة الرابعة رياضيات (جبر)	الدرجة: ١٠٠
قسم الرياضيات	الفصل الثالث ٢٠١٢ - ٢٠١٤	اسم الطالب:

السؤال الأول:

ليكن A جبر لي ثلاثي البعد فوق الحقل K قاعدته المجموعة $A \subseteq \{e_1, e_2, e_3\}$ والتي تحقق الشروط الآتية:

$$[e_1, e_2] = ae_1, \quad [e_1, e_3] = be_1, \quad [e_2, e_3] = ce_1 - fbe_2 + fae_3$$

حيث $a, b, c, f \in K \setminus \{0\}$. أثبت أن الجبر A هو قابل للحل.

السؤال الثاني:

- ليكن A جبر لي فوق الحلقة التبديلية والواحدية R . والمطلوب:
- ١ - ليكن $x \in A$ ، أثبت أن العلاقة $d_x : A \rightarrow A$ المعرفة بالشكل الآتي: أي $y \in A$ فإن $d_x(y) = [x, y]$ هي تطبيق إشتقاق على A .
 - ٢ - بفرض أن $Der(A)$ هي مجموعة تطبيقات الإشتقاق المعرفة على A . أثبت أن العلاقة $\psi : A \rightarrow Der(A)$ المعرفة بالشكل الآتي: أي $x \in A$ فإن $\psi(x) = d_x$ هي تشاكل جبر لي.
 - ٣ - بفرض أن $Inn(A)$ هي مجموعة تطبيقات الإشتقاق الداخلية المعرفة على A . أثبت أن المجموعة $Inn(A)$ هي مثالي في الجبر $Der(A)$.

السؤال الثالث:

- ١ - لتكن M مودولاً فوق الحلقة الواحدية R ، وليكن U, V, W مودولات جزئية في M بحيث $U + (V \cap W) = V \cap (U + W)$. أثبت أن $U \subseteq V$.
- ٢ - ليكن $\alpha : A \rightarrow B$ تشاكلاً مودولياً وليكن K مودولاً جزئياً في B ، أثبت أن $\alpha(\alpha^{-1}(K)) = K \cap Im(\alpha)$.

السؤال الرابع:

- ليكن $f : A \rightarrow A'$ تشاكل جبر لي فوق الحلقة التبديلية والواحدية R . والمطلوب:
- ١ - أثبت أن $f([A, A]) = [f(A), f(A)]$.
 - ٢ - لنفرض أن A قابلاً للحل. أثبت أن جبر لي الجزئي $Im(f)$ يكون قابلاً للحل أيضاً.

انتهت الأسئلة

جامعة البعث	مقرر نظرية الجبر	المدة: ساعة ونصف
كلية العلوم	السنة الرابعة رياضيات (جبر)	الدرجة: ١٠٠
قسم الرياضيات	الفصل الثاني ٢٠١٣ - ٢٠١٤	اسم الطالب:

السؤال الأول:

- ١ - ليكن A جبر فوق الحلقة التبادلية والواحدية R وليكن B مثالي في A . أثبت أن كل جبر جزئي \bar{N} من جبر الخارج A/B هو من الشكل N/B حيث N هو جبر جزئي من A يحوي B .
- ٢ - ليكن A جبر فوق الحلقة التبادلية والواحدية R وأن $Der(A)$ مجموعة تطبيقات الاشتقاق المعرفة على A . أثبت أن المجموعة $Der(A)$ تشكل مودلاً فوق الحلقة R .
- ٣ - أثبت أن كل جبر لي A فوق حقل K بعده يساوي 2 ليس عديم القوى.

السؤال الثاني:

- ليكن A جبر لي فوق الحلقة التبادلية والواحدية R . والمطلوب:
- ١ - لنفرض أن $Der(A)$ مجموعة تطبيقات الاشتقاق المعرفة على A . أثبت أن للتطبيق المعروف بالشكل $[d_1, d_2] = d_1 \cdot d_2 - d_2 \cdot d_1$ وذلك أي كان $d_1, d_2 \in Der(A)$ هو تطبيق اشتقاق على A .
 - ٢ - لنفرض أن S جبر جزئي في A ، أثبت أن المجموعة $N(S) = \{x : x \in A; d_x(S) \subseteq S\}$ تشكل جبراً جزئياً في A .

السؤال الثالث:

- ١ - لتكن M مودول فوق الحلقة الواحدية R ، وليكن U, V, W مودولات جزئية في M بحيث $U \subseteq V$. أثبت أن $U + (V \cap W) = V \cap (U + W)$.
- ٢ - ليكن $\alpha : A \rightarrow B$ تماثل مودلات و U مودول جزئي في A ، أثبت أن $\alpha^{-1}(\alpha(U)) = U + Ker(\alpha)$.

السؤال الرابع:

- ليكن $f : A \rightarrow A'$ تماثل جبر لي فوق الحلقة التبادلية والواحدية R . والمطلوب:
- ١ - أثبت أن $f([A, A]) = [f(A), f(A)]$.
 - ٢ - بفرض أن B مثالي في A . أثبت أنه إذا كان كل من A/B قابلاً للحل فإن A يكون قابلاً للحل.

انتهت الأسئلة

جامعة البعث	مقرر نظرية الجبر	المدة: ساعتان
كلية العلوم	السنة الرابعة رياضيات (جبر)	الدرجة: 100
قسم الرياضيات	الفصل الثاني 2012 - 2013	

السؤال الأول: 1 - ليكن A جبر فوق الحلقة التبادلية والواحدية R و B مجموعة جزئية وغير خالية في A . أثبت أن الشرط اللازم والكافي كي تشكل B جبراً جزئياً في A هو أن يتحقق ما يلي: أيًا كان $a, b \in B$ و $\alpha, \beta \in R$ فإن $\alpha a + \beta b \in B$ وأن $ab \in B$.

2 - لتكن A و A' جبر فوق الحلقة التبادلية والواحدية R و $f: A \rightarrow A'$ تشاكل جبر. أثبت أن $Im(f)$ هو جبر جزئي في A' وأن $Ker(f)$ مثالي في A .

3 - ليكن B مثالياً في A أثبت أن كل جبر جزئي \bar{N} من جبر الخارج A/B هو من الشكل N/B حيث N جبر جزئي من A يحوي B .

السؤال الثاني: ليكن A جبر لي فوق الحلقة التبادلية والواحدية R . والمطلوب:

1 - لنفرض أن $Der(A)$ مجموعة تطبيقات الاشتقاق المعرفة على A . أثبت أن التطبيق $\psi: Der(A) \rightarrow Der(A)$ المعرف بالشكل $\psi(x) = d_x$ و $d_x(x) = x$ هو تشاكل لجبر لي.

2 - أثبت أن المجموعة $\{x: x \in A; d_x(S) \subseteq S\}$ هي جبر جزئي في A .

3 - أثبت أن مجموعة تطبيقات الاشتقاق الداخلية $Der(A)$ تشكل مثالي في الجبر $Der(A)$.

السؤال الثالث:

أثبت أن كل جبر لي ثلاثي البعد على الحقل K يملك قاعدة $\{e_1, e_2, e_3\}$ تحقق:

$$[e_1, e_2] = ae_1, [e_1, e_3] = be_1, [e_2, e_3] = ce_1 - dbe_2 + dae_3$$

حيث $a, b, d, c \in K \setminus \{0\}$ يكون قابلاً للحل.

انتهت الأسئلة

د. حمزة حاكمي

حسب في 23 / 6 / 2013

Handwritten notes and calculations:

$$\sqrt{6} N$$

$$13 \Rightarrow 5 = 6 + 13$$

$$b \in B$$

$$b \in N$$

$$\frac{A}{13} \cong \frac{B}{13}$$

المدة: ساعتان

مقرر نظرية الجبر

جامعة البعث

الدرجة: ١٠٠

السنة الرابعة رياضيات (جبر)

كلية العلوم

الفصل الأول ٢٠١٢ - ٢٠١٣

قسم الرياضيات

السؤال الأول:

- ١ - أثبت أن كل جبر لي A فوق حقل K بعده يساوي 2 يكون قابلاً للحل.
٢ - عرف جبر لي عديم القوى ثم أثبت أن كل جبر لي عديم القوى يكون قابلاً للحل.

السؤال الثاني:

- ليكن A جبراً فوق الحلقة التبادلية والواحدية R . والمطلوب:
١ - أثبت أنه إذا كان $x \in A$ فإن $0x=0$ و $x(-1)=-x$.
٢ - ليكن B مثالياً في A أثبت أن كل جبر جزئي \bar{N} من جبر الخارج A/B هو من الشكل N/B حيث N جبر جزئي من A يحوي B .

السؤال الثالث:

- ليكن A جبراً فوق الحلقة التبادلية والواحدية R . والمطلوب:
١ - عرف تطبيق الاشتقاق على الجبر A .
٢ - ليكن $a \in A$. أثبت أن العلاقة $d_a: A \rightarrow A$ المعرفة بالشكل الآتي: إذا كان $x \in A$ فإن $d_a(x) = ax - xa$ هي تطبيق اشتقاق A .

السؤال الرابع:

- ليكن A جبر لي فوق الحلقة التبادلية والواحدية R و S جبر جزئي في A . والمطلوب:
١ - أثبت أن المجموعة $N(S) = \{x: x \in A; d_x(S) \subseteq S\}$ هي جبر جزئي في A .
٢ - ليكن I, J مثاليين في A ، أثبت أن $[I, J]$ مثالي في A .

انتهت الأسئلة

حصص في ١٢/٢/٢٠١٣

حمزة حالي

د. حمزة حاكمي

جامعة البعث	مقرر نظرية الجبر	المدة: ساعتان
كلية العلوم	السنة الرابعة رياضيات (جبر)	الدرجة: ١٠٠
قسم الرياضيات	الفصل الأول ٢٠١٣ - ٢٠١٤	

السؤال الأول:

- ١ - ليكن A جبر فوق الحلقة التبادلية والواحدية R وليكن B مثالي في A . أثبت أن كل جبر جزئي \bar{N} من جبر الخارج A/B هو من الشكل N/B حيث N هو جبر جزئي من A يحوي B .
- ٢ - ليكن A جبر فوق الحلقة التبادلية والواحدية R وأن $Der(A)$ مجموعة تطبيقات الاشتقاق المعرفة على A . بفرض أن $d_1, d_2 \in Der(A)$. أثبت أن التطبيق $[d_1, d_2] = d_1 d_2 - d_2 d_1$ هو تطبيق اشتقاق على A .

السؤال الثاني:

أثبت أن كل جبر لي A فوق حقل K بعده يساوي 2 يكون قابلاً للحل.

السؤال الثالث:

- ليكن A جبر لي فوق الحلقة التبادلية والواحدية R . والمطلوب:
- ١ - لنفرض أن $Der(A)$ مجموعة تطبيقات الاشتقاق المعرفة على A . أثبت أن التطبيق $\psi: A \rightarrow Der(A)$ المعرفة بالشكل $\psi(x) = d_x$ وذلك أي كان $x \in A$ هو تشاكل لجبر لي.
 - ٢ - أثبت أن مجموعة تطبيقات الاشتقاق الداخلية $Inn(A)$ تشكل مثالي في الجبر $Der(A)$.

السؤال الرابع:

لتكن A, B, D مودولات فوق الحلقة الواحدية R ، وليكن $\alpha: A \rightarrow B$ تشاكل مودولات و $\varphi: A \rightarrow D$ تشاكل مودولات عامر. بفرض أن $Ker(\varphi) \subseteq Ker(\alpha)$. أثبت أنه يوجد تشاكل مودولات $\lambda: D \rightarrow B$ يحقق:

$$\lambda \varphi = \alpha$$

$$Im(\lambda) = Im(\alpha)$$

$$Ker(\varphi) = Ker(\alpha)$$

السؤال الخامس:

ليكن $f: A \rightarrow A'$ تشاكل جبر لي فوق الحلقة التبادلية والواحدية R . والمطلوب:

- ١ - أثبت أن $f([A, A]) = [f(A), f(A)]$.
- ٢ - أثبت أنه إذا كان A قابلاً للحل فإن $Im(f)$ يكون قابلاً للحل.

انتهت الأسئلة

٥: حمزة حاكمي

حمص في ٢٧ / ١ / ٢٠١٤

60

المدة: ساعتان

مقرر نظرية الجبر

جامعة البعث

الدرجة: 100

السنة الرابعة رياضيات (جبر)

كلية العلوم

الدورة الإضافية 2012 - 2013

قسم الرياضيات

السؤال الأول: 1- ليكن A جبر فوق الحلقة التبديلية والواحدية R و B مجموعة جزئية وغير خاليةفي A . أثبت أن الشرط اللازم والكافي كي تشكل B جبراً جزئياً في A هو أن يتحقق ما يلي: أياً كان

$$a, b \in B \text{ فإن } a + \beta b \in B \text{ وأن } a, \beta \in R \text{ و } a, b \in B.$$

2- لتكن A و A' جبر فوق الحلقة التبديلية والواحدية R و $f: A \rightarrow A'$ تشاكل جبر. أثبت أن

$$Im(f) \text{ هو جبر جزئي في } A' \text{ وأن } Ker(f) \text{ مثالي في } A.$$

3- ليكن B مثالياً في A أثبت أن كل جبر جزئي \bar{N} من جبر الخارج A/B هو من الشكل N/B حيث N جبر جزئي من A يحوي B .

السؤال الثاني:

ليكن A جبر لي فوق الحلقة التبديلية والواحدية R . والمطلوب:1- عرف تطبيق الاشتقاق على A .2- ليكن $a \in A$ ، أثبت أن العلاقة $d_a: A \rightarrow A$ المعرفة بالشكل $d_a(x) = [a, x]$ وذلك أياً كان $x \in A$ هي تطبيق اشتقاق على A .3- لنفرض أن $Der(A)$ مجموعة تطبيقات الاشتقاق المعرفة على A . أثبت أن التطبيق

$$\psi: A \rightarrow Der(A) \text{ المعرفة بالشكل } \psi(x) = d_x \text{ وذلك أياً كان } x \in A \text{ هو تشاكل لجبر لي.}$$

4- أثبت أن المجموعة $N(S) = \{x \in A; d_x(S) \subseteq S\}$ هي جبر جزئي في A .5- أثبت أن مجموعة تطبيقات الاشتقاق الداخلية $Inn(A)$ تشكل مثالي في الجبر $Der(A)$.

السؤال الثالث:

1- أثبت أن كل جبر لي بعده يساوي 2 فوق حقل ما يكون قابلاً للحل.

2- أثبت أن كل جبر لي بعده يساوي 2 فوق حقل ما ليس عديم القوى.

انتهت الأسئلة

حمص في 22 / 8 / 2013

د. حمزة حاكمي

جامعة البعث	مقرر نظرية الجبر	المدة: ساعة ونصف
كلية العلوم	المنه الرابعة رياضيات (جبر)	الدرجة: ١٠٠
قسم الرياضيات	الفصل التكميلي ٢٠١٥ - ٢٠١٦	اسم الطالب:

السؤال الأول:

- ليكن A جبر لي فوق الحلقة التبادلية والواحدية R . والمطلوب:
- ١ - عرف تطبيق الاشتقاق على A .
 - ٢ - أثبت أنه أي $a \in A$ كان فإن العلاقة $d_a : A \rightarrow A$ المعرفة بالشكل الآتي $d_a(x) = [a, x]$ وذلك أي $a \in A$ كان هي تطبيق اشتقاق على A .
 - ٣ - لنفرض أن $Der(A)$ مجموعة كل تطبيقات الاشتقاق المعرفة على A . أثبت أن العلاقة $\psi : A \rightarrow Der(A)$ المعرفة بالشكل الآتي: أي $a \in A$ فإن $\psi(a) = d_a$ هي تشاكل جبر لي.

السؤال الثاني:

- ليكن A جبر لي فوق الحلقة التبادلية والواحدية R . والمطلوب:
- ١ - عرف كلاً من المثالي التام والمثالي المميز في A .
 - ٢ - إذا كان B مثالياً في A ، أثبت أن المجموعة:
$$Z_A(B) = \{a \in A; [a, x] = 0, \forall x \in B\}$$
تشكل مثالياً في A . ما بالحل
 - ٣ - إذا كان B مثالياً في A وكان جبر لي الخارج A/B نصف بسيط، أثبت أن $B = J(A)$.
 - ٤ - لنفرض أن R حقلاً. أثبت أنه لأجل كل مثالي تام B في A فإن $A = B \oplus Z_A(B)$.

السؤال الثالث:

أثبت أن كل جبر لي بعده يساوي 2 فوق حقلاً ما K يكون قابلاً للحل.

السؤال الرابع:

- ليكن A جبراً فوق الحلقة التبادلية والواحدية R . والمطلوب:
- ١ - أثبت أن كل مثالي في A هو نواة لتشاكل جبر غامر معرف على A .
 - ٢ - ليكن A جبراً فوق الحلقة التبادلية والواحدية R وليكن B مثالياً في A . أثبت أن كل جبر جزئي \bar{N} من جبر الخارج A/B هو من الشكل N/B حيث N هو جبر جزئي في A يحوي B .

انتهت الأسئلة

المدة: ساعة ونصف	مقرر نظرية الجبر	الدرجة: ١٠٠	السنّة الرابعة رياضيات (جبر)	اسم الطالب:
	الفصل الأول ٢٠١٦ - ٢٠١٧			

الدرجة: ١٠٠
السنّة الرابعة رياضيات (جبر)
الفصل الأول ٢٠١٦ - ٢٠١٧
اسم الطالب:

السؤال الأول:

- ليكن A جبراً فوق الحلقة التبديلية والواحدية R . والمطلوب:
- ١ - لتكن B مجموعة جزئية غير خالية في A . أثبت أن الشرط اللازم والكافي كي تكون B جبراً جزئياً في A هو أن تتحقق الشروط الآتية: أي $\alpha, \beta \in R$ وأي $a, b \in B$ فإن:

$$\alpha a + \beta b \in B, ab \in B$$
 - ٢ - أثبت أنه أي $a \in A$ فإن العلاقة $d_a: A \rightarrow A$ المعرفة بالشكل الآتي $d_a(x) = ax - xa$ وذلك أي $a \in A$ هي تطبيق اشتقاق على A . ثم أثبت أن $\text{Ker}(d_a)$ تشكل جبراً جزئياً في A .

السؤال الثاني:

- ليكن A جبر لي فوق الحلقة التبديلية والواحدية R . والمطلوب:
- ١ - عرف كلاً من المثالي التام والمثالي المميز في A .
 - ٢ - إذا كان B مثالياً قابلاً للحل في A وكان جبر لي الخارج A/B نصف بسيط، أثبت أن $B = J(A)$.
 - ٣ - لنفرض أن R حقلاً. أثبت أنه لأجل كل مثالي تام B في A فإن $A = B \oplus Z_A(B)$.

السؤال الثالث:

- أثبت أن كل جبر لي A بعده يساوي 3 فوق حقل ما K قاعدته المجموعة $\{e_1, e_2, e_3\}$ تحقق الشروط الآتية:
- $$[e_1, e_2] = ae_1, [e_1, e_3] = be_1, [e_2, e_3] = ce_1 - fbe_2 + fae_3$$
- حيث $a, b, c, f \in K$ عناصر مغايرة للصفر، يكون قابلاً للحل.

السؤال الرابع:

- ليكن A جبر لي فوق الحلقة التبديلية والواحدية R . والمطلوب:
- ١ - أثبت أن مجموعة تطبيقات الاشتقاق الداخلية $\text{Inn}(A) = \{d_a : a \in A\}$ تشكل مثالياً في $\text{Der}(A)$.
 - ٢ - أثبت أن المجموعة $Z(A) = \{a \in A; [a, z] = 0, \forall z \in A\}$ تشكل مثالياً مميزاً في A .
 - ٣ - أثبت أن $\text{Inn}(A) \cong A/Z(A)$ ، أي أن جبر لي الخارج $A/Z(A)$ يماثل $\text{Inn}(A)$.

انتهت الأسئلة

د. حمزة حاكمي

حمص في ٢ / ٢ / ٢٠١٧